

Model Linear Break-Even Point: Optimasi Fungsi Laba dan Analisis Sensitivitas Parameter Biaya

A Linear Break-Even Point Modeling: Optimization of the Profit Function and Sensitivity Analysis of Cost Parameters

Kayla Letaluhu ^{*1}, Hendri Nahumaru Daga ²

^{1,2} Universitas Darussalam Ambon, Indonesia

*Corresponding Author. Email: letaluhu_kyla@gmail.com

Received: 09-05-2026

Accepted: 14-05-2026

Published: 16-05-2026

Abstrak

Penelitian ini mengembangkan kajian matematis linear *Break-Even Point* (BEP) dalam kerangka analisis *Cost-Volume-Profit* melalui pendekatan analitis-teoretis. Fokus penelitian terletak pada formulasi hubungan matematis antara fungsi pendapatan, fungsi biaya, dan fungsi laba, serta penelaahan sifat titik impas sebagai batas kritis antara kerugian dan keuntungan. Metode yang digunakan berupa pemodelan aljabar, analisis fungsi linear, dan analisis sensitivitas parameter biaya tanpa menggunakan data empiris. Hasil kajian menunjukkan bahwa fungsi laba berbentuk linear dengan gradien contribution margin yang menentukan laju pertumbuhan laba terhadap volume produksi. Titik impas diperoleh sebagai rasio antara biaya tetap dan selisih harga jual terhadap biaya variabel, sehingga merepresentasikan tingkat produksi minimum agar usaha tidak merugi. Analisis sensitivitas memperlihatkan bahwa kenaikan biaya tetap dan biaya variabel mendorong BEP ke tingkat produksi yang lebih tinggi, sedangkan peningkatan harga jual menurunkannya secara nonlinier. Temuan ini menegaskan pentingnya stabilitas struktur biaya dalam menjaga keberlanjutan produksi. Secara teoretis, penelitian ini memperkuat landasan matematis BEP sebagai alat analisis strategis dalam perencanaan laba, evaluasi risiko biaya, dan pengambilan keputusan produksi yang rasional.

Kata Kunci: *Break-Even Point; Model Matematis; Fungsi Laba; Analisis Sensitivitas*

This study develops a linear mathematical model of Break-Even Point (BEP) to analyze profit behavior and evaluate the sensitivity of cost parameters in production-based businesses. The research applies an analytical-theoretical approach without empirical data, focusing on algebraic formulation of revenue, cost, and profit functions within a Cost-Volume-Profit (CVP) framework. The model expresses revenue as a linear function of output, while total cost is composed of fixed and variable components, producing a linear profit function. BEP is derived as the minimum production level required to achieve a zero-profit condition and marks the transition from loss to profit. The analysis shows that the contribution margin plays a crucial role in determining profitability and operational feasibility. Sensitivity analysis using partial derivatives demonstrates that increases in fixed costs shift the BEP upward proportionally, increases in variable costs significantly raise the BEP, and increases in selling price reduce the BEP and improve profitability. These findings confirm the stability and analytical usefulness of the linear BEP model for strategic decision-making. The study contributes theoretically by providing a concise mathematical framework that explains cost-profit relationships and offers insights for planning production targets and managing financial risk in small-scale production systems.

Keyword: *Break-Even Point; Mathematical Modeling; Profit Function; Sensitivity Analysis*

How to Cite: Letaluhu, K., & Daga, H. N. (2026). Model Linear Break-Even Point: Optimasi Fungsi Laba dan Analisis Sensitivitas Parameter Biaya. *SMARTH: Journal of Mathematics in Education and Learning*, 2(1), 23-34. <https://doi.org/10.66031/smarth.v2i1.302>

Copyright ©2026 to the Author (s). Published by CV. Ihsan Cahaya Pustaka
This is an open access under the [CC BY-SA](https://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/) license



PENDAHULUAN

Pemodelan matematis memiliki peran fundamental dalam menjelaskan fenomena ekonomi melalui representasi kuantitatif yang sistematis dan terukur. Dalam matematika terapan, hubungan antara biaya, pendapatan, volume produksi, dan laba dapat diformulasikan dalam bentuk fungsi matematis sehingga memungkinkan analisis yang objektif, terstruktur, dan dapat digeneralisasi. Salah satu konsep kunci dalam matematika ekonomi adalah break-even point (BEP), yaitu kondisi ketika fungsi pendapatan sama dengan fungsi biaya sehingga laba bernilai nol. Secara matematis, kondisi tersebut merupakan solusi dari persamaan keseimbangan dua fungsi linear dan menjadi dasar analisis keberlanjutan sistem produksi (Safitri & Muhammad, 2021; Manuh et al., 2021).

Dalam perspektif matematis, BEP dapat direpresentasikan sebagai titik potong antara fungsi pendapatan dan fungsi biaya. Jika pendapatan dinyatakan sebagai fungsi linear terhadap volume produksi dan biaya terdiri atas komponen biaya tetap serta biaya variabel, maka hubungan tersebut membentuk sistem fungsi linear yang dapat dianalisis secara analitik maupun numerik. Formulasi ini membuka peluang kajian terhadap sifat fungsi laba, perilaku sistem produksi, serta dampak perubahan parameter terhadap keseimbangan ekonomi (Marentek & Febryiantoro, 2018). Oleh karena itu, BEP tidak hanya berfungsi sebagai alat praktis dalam pengambilan keputusan bisnis, tetapi juga sebagai objek kajian matematis yang relevan dalam optimasi dan analisis sensitivitas (Puspaningrum, 2025).

Meskipun konsep BEP telah banyak diterapkan dalam bidang ekonomi dan akuntansi, sebagian besar penelitian masih berfokus pada aspek aplikatif dibandingkan pengembangan model matematis yang komprehensif. Sejumlah penelitian menunjukkan bahwa analisis BEP efektif untuk menentukan tingkat produksi minimum agar usaha tidak mengalami kerugian serta mendukung perencanaan laba (Julirin et al., 2019; Khanifah & Septiana, 2019). Selain itu, BEP juga digunakan untuk mengevaluasi efisiensi biaya dan menetapkan strategi produksi pada berbagai sektor usaha (Pangemanan, 2016). Namun, pendekatan tersebut umumnya bersifat deskriptif dan belum mengeksplorasi sifat matematis model secara mendalam.

Keterbatasan pendekatan konvensional tampak pada asumsi parameter yang bersifat statis, seperti harga jual, biaya variabel, dan biaya tetap yang dianggap konstan. Dalam praktik nyata, parameter tersebut bersifat dinamis dan dipengaruhi oleh kondisi pasar maupun proses produksi. Perubahan kecil pada parameter biaya dapat menyebabkan pergeseran signifikan pada titik impas serta tingkat keuntungan perusahaan (Hudori, 2018). Hal ini menunjukkan pentingnya pendekatan matematis yang mempertimbangkan perubahan parameter dalam analisis BEP.

Analisis sensitivitas merupakan pendekatan yang relevan untuk mengevaluasi stabilitas model terhadap perubahan parameter. Dalam konteks BEP, analisis sensitivitas memungkinkan pengukuran dampak perubahan biaya tetap, biaya variabel, dan harga jual terhadap posisi titik impas serta fungsi laba. Integrasi analisis sensitivitas dalam perencanaan laba terbukti meningkatkan ketepatan perencanaan produksi dan membantu mengurangi risiko finansial (Kurniawan et al., 2024). Selain itu, pemodelan fungsi linear BEP yang dikombinasikan dengan analisis sensitivitas menghasilkan kerangka analitis yang lebih adaptif terhadap ketidakpastian biaya (Widad et al., 2025).

Di sisi lain, fungsi laba yang diperoleh dari selisih antara fungsi pendapatan dan fungsi biaya membuka peluang analisis optimasi. Dalam kerangka ini, BEP dapat dipandang sebagai batas awal sebelum tercapainya keuntungan maksimum. Penggunaan metode matematis seperti

regresi dan metode numerik dalam penentuan BEP menunjukkan potensi pengembangan model yang lebih akurat dan sistematis (Fitroh Resmi et al., 2023). Dengan demikian, integrasi model BEP, optimasi fungsi laba, dan analisis sensitivitas menjadi langkah penting dalam pengembangan pemodelan matematis ekonomi.

Berdasarkan kajian literatur, terdapat kesenjangan penelitian pada pengembangan model matematis BEP yang mengintegrasikan formulasi fungsi linear, optimasi laba, dan analisis sensitivitas secara simultan. Sebagian penelitian masih memisahkan ketiga aspek tersebut sehingga belum menghasilkan kerangka analitis yang komprehensif (Kusumawardani & Alamsyah, 2020; Liestiana & Novianty, 2021). Padahal, integrasi ketiga aspek tersebut diperlukan untuk menghasilkan model yang lebih realistis dan mampu menjelaskan dinamika sistem produksi secara menyeluruh.

Urgensi penelitian ini terletak pada kebutuhan pengembangan model matematis yang mampu menjelaskan hubungan antara biaya, pendapatan, dan laba secara sistematis sekaligus mengevaluasi stabilitas model terhadap perubahan parameter biaya. Pengembangan model tersebut diharapkan memberikan kontribusi teoretis dalam matematika terapan serta memperluas pemanfaatan konsep fungsi linear dalam analisis ekonomi kuantitatif.

Berdasarkan latar belakang tersebut, penelitian ini bertujuan untuk mengembangkan model linear break-even point yang memformulasikan hubungan antara fungsi biaya, fungsi pendapatan, dan fungsi laba secara matematis. Selain itu, penelitian ini bertujuan menganalisis optimasi fungsi laba serta melakukan analisis sensitivitas terhadap perubahan parameter biaya. Hasil penelitian diharapkan memberikan kontribusi pada pengembangan pemodelan matematis dalam analisis ekonomi serta menyediakan kerangka analitis yang lebih komprehensif dalam kajian *break-even point*.

METODE

Penelitian ini merupakan penelitian matematika terapan dengan pendekatan analitis-teoretis yang berfokus pada pengembangan model matematis linear break-even point (BEP), analisis sifat fungsi laba, serta evaluasi sensitivitas model terhadap perubahan parameter biaya. Penelitian tidak menggunakan data empiris, melainkan bertumpu pada formulasi matematis, analisis aljabar, dan analisis sensitivitas parameter sebagai kerangka utama pengembangan model (Safitri & Muhammad, 2021; Marentek & Febryantoro, 2018).

Model yang dikembangkan mengacu pada kerangka teori BEP linear yang telah digunakan dalam berbagai kajian matematika ekonomi (Puspaningrum, 2025). Pengembangan model dilandasi oleh beberapa asumsi dasar, yaitu: (1) harga jual per unit bersifat konstan dan tidak dipengaruhi oleh jumlah produksi; (2) biaya variabel per unit bersifat proporsional terhadap jumlah produksi; (3) biaya tetap tidak berubah dalam rentang produksi yang dianalisis; serta (4) seluruh unit yang diproduksi diasumsikan terjual. Asumsi-asumsi ini membatasi keberlakuan model pada kondisi pasar tunggal dengan struktur biaya yang stabil, sehingga hasil analisis perlu diinterpretasikan dalam batas-batas asumsi tersebut (Marlina & Ruhiat, 2018).

Validitas dan konsistensi model dievaluasi melalui dua kriteria utama, yaitu konsistensi internal model yang memastikan setiap persamaan yang diturunkan secara aljabar tidak mengandung kontradiksi logis, serta kesesuaian konseptual yang memastikan perilaku model sesuai dengan prinsip ekonomi yang berlaku, seperti hubungan positif antara kenaikan biaya tetap dengan peningkatan titik impas dan hubungan negatif antara kenaikan harga jual dengan penurunan titik impas (Hudori, 2018).

Penelitian dilaksanakan melalui tiga tahapan yang saling berkaitan, yaitu:

- (1) Formulasi model matematis, yaitu menyusun fungsi pendapatan, fungsi biaya, dan fungsi laba dalam bentuk linear sebagai dasar pemodelan BEP (Manuh et al., 2021).
- (2) Analisis optimasi fungsi laba, yakni mengkaji sifat matematis fungsi laba untuk menentukan batas transisi dari kondisi kerugian menuju keuntungan (Khanifah & Septiana, 2019).
- (3) Analisis sensitivitas parameter biaya, yaitu mengevaluasi pengaruh perubahan biaya tetap, biaya variabel, dan harga jual terhadap posisi titik impas serta perilaku fungsi laba secara keseluruhan (Kurniawan et al., 2024).

HASIL DAN PEMBAHASAN

1. Formulasi Model Linear Break-Even Point

Berdasarkan tahap formulasi model, diperoleh tiga fungsi utama yang membentuk sistem analisis BEP, yaitu fungsi pendapatan, fungsi biaya, dan fungsi laba:

- a) Fungsi pendapatan

Pendapatan diasumsikan berbanding lurus dengan jumlah unit yang diproduksi. Apabila harga jual per unit dinyatakan sebagai p dan jumlah produksi sebagai x , maka fungsi pendapatan dirumuskan:

$$R(x) = px$$

Artinya, setiap penambahan satu unit produksi akan meningkatkan pendapatan secara proporsional sesuai harga jualnya.

- b) Fungsi biaya

Biaya total terdiri dari dua komponen, yaitu biaya tetap (*fixed cost*) yang dilambangkan F dan biaya variabel per unit yang dilambangkan v . Biaya tetap bersifat konstan dan tidak bergantung pada jumlah produksi, sedangkan biaya variabel berubah seiring bertambahnya jumlah unit yang diproduksi. Fungsi biaya dirumuskan:

$$C(x) = F + vx$$

- c) Fungsi laba

Laba diperoleh dari selisih antara total pendapatan dan total biaya.

Secara matematis, laba dinyatakan:

$$\pi(x) = R(x) - C(x)$$

Apabila disubstitusikan menghasilkan:

$$\pi(x) = px - (F + vx)$$

$$\pi(x) = (p - v)x - F$$

Dimana selisih antara harga jual dan biaya variabel per unit ($p - v$), dikenal sebagai contribution margin, yaitu kontribusi setiap unit produksi dalam menutup biaya tetap dan menghasilkan laba.

Model tersebut menunjukkan bahwa sistem produksi dapat direpresentasikan sebagai sistem fungsi linear satu variabel, di mana seluruh dinamika biaya, pendapatan, dan laba dapat

dijelaskan secara eksplisit melalui parameter harga jual, biaya tetap, dan biaya variabel (Puspaningrum, 2025; Widad et al., 2025). Secara geometris, titik impas merupakan titik potong dua garis lurus, yaitu garis pendapatan dan garis biaya, yang secara visual memisahkan daerah kerugian di sebelah kiri dan daerah keuntungan di sebelah kanan titik tersebut (Manuh et al., 2021).

Secara analitis, model ini menghasilkan beberapa sifat penting, yaitu:

- (1) Fungsi biaya memiliki gradien v dan intersep F , yang berarti bahwa meskipun produksi bernilai nol, perusahaan tetap menanggung beban biaya tetap.
- (2) Fungsi pendapatan memiliki gradien p dan intersep nol, mencerminkan bahwa pendapatan hanya diperoleh ketika produksi dan penjualan benar-benar terjadi.
- (3) Fungsi laba merupakan fungsi linear dengan gradien $(p - v)$, yang dikenal sebagai *contribution margin* (Marlina & Ruhiat, 2018; Fitroh Resmi et al., 2023). Sifat-sifat ini secara bersama-sama menegaskan bahwa keberlanjutan usaha sepenuhnya ditentukan oleh besar contribution margin. Hal ini penting secara manajerial karena contribution margin yang kecil mengindikasikan bahwa perusahaan memerlukan volume produksi yang sangat besar hanya untuk mencapai titik impas, sehingga risiko operasional menjadi tinggi (Khanifah & Septiana, 2019; Liestiana & Novianty, 2021).

Lebih lanjut, jika kondisi $(p \leq v)$, merupakan kondisi kritis yang secara matematis menyebabkan gradien fungsi laba bernilai nol atau negatif, sehingga fungsi laba tidak pernah positif pada seluruh domain produksi. Hal ini menunjukkan bahwa berapapun jumlah unit yang diproduksi dan dijual, usaha tidak akan pernah mencapai keuntungan. Kondisi ini bukan sekadar temuan matematis, melainkan sinyal strategis bahwa struktur harga dan biaya perlu direstrukturisasi secara mendasar sebelum keputusan produksi diambil (Hardina et al., 2022; Kusumawardani & Alamsyah, 2020).

Dengan demikian, model BEP linear tidak hanya berfungsi sebagai alat perhitungan titik impas, tetapi juga sebagai instrumen diagnostik awal untuk menilai kelayakan dan keberlanjutan suatu usaha. Temuan ini memperkuat kajian sebelumnya bahwa BEP merupakan kondisi keseimbangan antara biaya dan pendapatan dalam kerangka analisis biaya-volume-laba, sekaligus menjadi landasan pengambilan keputusan produksi yang rasional dan terukur (Safitri & Muhammad, 2021; Pangemanan, 2016).

2. Analisis Titik Impas (*Break-Even Point*/BEP) sebagai Solusi Persamaan Linear

Titik impas terjadi ketika laba sama dengan nol, yaitu kondisi di mana total pendapatan tepat sama dengan total biaya sehingga usaha tidak untung maupun rugi. Dengan menetapkan $\pi(x) = 0$, pada fungsi laba yang telah diformulasikan, diperoleh persamaan:

$$(p - v)x - F = 0$$

Sehingga, jumlah produksi pada titik impas dapat dinyatakan sebagai

$$x_{BEP} = \frac{F}{p - v}$$

Nilai x_{BEP} menunjukkan jumlah produksi minimum yang harus dicapai agar usaha tidak mengalami kerugian (Hudori, 2018). Secara geometris, titik impas merupakan titik potong antara $R(x) - C(x)$ (garis pendapatan) dan $C(x) = F + vx$ (garis biaya), yang secara visual

memisahkan daerah kerugian di sebelah kiri dan daerah keuntungan di sebelah kanan titik tersebut (Manuh et al., 2021).

Persamaan “jumlah produksi pada titik impas” mengandung makna ekonomi-matematis yang mendasar dan dapat diinterpretasikan secara kritis melalui hubungan antar parameternya. Secara matematis, titik impas berbanding lurus dengan biaya tetap dan berbanding terbalik dengan *contribution margin*, sehingga kedua parameter ini menjadi penentu utama posisi titik impas dalam sistem produksi. Hubungan proporsional antara (x_{BEP}) dan biaya tetap (F) menunjukkan bahwa setiap penambahan beban biaya tetap, seperti sewa tempat, penyusutan peralatan, atau gaji tetap karyawan secara langsung mendorong titik impas ke angka yang lebih tinggi. Perusahaan dengan struktur biaya tetap yang besar membutuhkan volume produksi minimum yang lebih besar pula hanya untuk bertahan pada kondisi impas, belum memasuki zona keuntungan. Kondisi ini mencerminkan tingginya *financial leverage operasional* yang meningkatkan kerentanan usaha terhadap penurunan permintaan (Hardina et al., 2022; Kusumawardani & Alamsyah, 2020).

Sebaliknya, *contribution margin* yang besar, berarti setiap unit yang terjual memberikan kontribusi lebih besar dalam menutup biaya tetap, sehingga titik impas dapat dicapai dengan volume produksi yang lebih rendah. Hal ini menunjukkan bahwa strategi peningkatan harga jual atau efisiensi biaya variabel merupakan instrumen yang secara langsung memperkuat daya tahan usaha terhadap risiko kerugian (Khanifah & Septiana, 2019; Liestiana & Novianty, 2021). Sebaliknya, *contribution margin* yang tipis, misalnya akibat persaingan harga yang ketat atau kenaikan bahan baku yang akan mendorong titik impas ke volume yang sangat tinggi, yang dalam banyak kasus sulit dicapai oleh usaha skala kecil dan menengah. Lebih lanjut, kondisi ($p \leq v$) merupakan kondisi kritis yang secara matematis menyebabkan gradien fungsi laba bernilai nol atau negatif, sehingga fungsi laba tidak pernah positif pada seluruh domain produksi. Selain itu, kondisi ini bukan sekadar temuan matematis, melainkan sinyal strategis bahwa struktur harga dan biaya perlu direstrukturisasi secara mendasar sebelum keputusan produksi diambil (Hardina et al., 2022; Safitri & Muhammad, 2021).

Dengan demikian bahwa (x_{BEP}) bukan target produksi, melainkan batas ambang minimum yang harus dilampaui agar usaha layak secara finansial. Produksi yang hanya menyentuh titik impas berarti laba sama dengan nol, artinya kondisi yang tidak berkelanjutan dalam jangka panjang karena tidak menyisakan ruang bagi reinvestasi, pengembangan usaha, maupun penyangga risiko. Oleh karena itu, (x_{BEP}) harus diposisikan sebagai batas bawah perencanaan produksi, bukan sebagai sasaran operasional (Pangemanan, 2016; Manuh et al., 2021). Hasil ini konsisten dengan temuan penelitian sebelumnya bahwa BEP menentukan batas minimum aktivitas produksi agar usaha tidak merugi, sekaligus menjadi acuan strategis dalam perencanaan volume produksi yang berorientasi pada keberlanjutan usaha (Julirin et al., 2019; Safitri & Muhammad, 2021).

3. Analisis Struktur Optimasi Fungsi Laba

Fungsi laba berbentuk linear dengan persamaan:

$$\pi(x) = (p - v)x - F$$

Karena fungsi ini bersifat linear dan bukan kuadratik, optimasi dalam pengertian klasik, yaitu pencarian titik maksimum atau minimum melalui turunan pertama, tidak menghasilkan solusi interior yang bermakna. Gradien fungsi laba yang konstan sebesar ($p - v$), bahwa laba bertumbuh secara seragam dan tak terbatas seiring peningkatan volume produksi, selama

contribution margin bernilai positif. Dengan demikian, optimasi pada model linear ini tidak berkaitan dengan pencarian titik ekstrem, melainkan pada penentuan kondisi dan batas produksi yang menjamin fungsi laba berada pada perilaku yang menguntungkan (Widad et al., 2025; Safitri & Muhammad, 2021).

Struktur optimasi fungsi laba linear dapat dianalisis melalui tiga kondisi kritis yang saling berkaitan, yaitu:

- a) Syarat pertumbuhan laba positif, yaitu $(p > v)$ atau $(p - v) > 0$.
Kondisi ini merupakan syarat perlu (*necessary condition*) agar fungsi laba memiliki gradien positif sehingga setiap tambahan unit produksi secara pasti meningkatkan laba. Apabila kondisi ini tidak terpenuhi, yakni ketika $(p \leq v)$, maka gradien fungsi laba bernilai nol atau negatif, yang berarti produksi tambahan tidak memberikan manfaat finansial, bahkan memperburuk kondisi keuangan perusahaan. Hal ini sebagai sinyal kritis bahwa struktur harga dan biaya variabel perlu direstrukturisasi sebelum keputusan ekspansi produksi diambil (Hardina et al., 2022; Kusumawardani & Alamsyah, 2020).

- b) Syarat ketercapaian titik impas

$$x_{BEP} = \frac{F}{p - v}$$

yaitu harus bernilai positif dan terdefinisi.

Syarat ini terpenuhi hanya ketika $(p - v) > 0$, yang menegaskan keterkaitan logis antara kondisi pertama dan kedua. Nilai (x_{BEP}) yang terdefinisi menunjukkan bahwa terdapat volume produksi tertentu yang mampu menutup seluruh biaya tetap, sebagai prasyarat minimum agar fungsi laba dapat memasuki zona positif. Semakin kecil nilai (x_{BEP}) , semakin efisien struktur biaya perusahaan karena keuntungan dapat dicapai dengan volume produksi yang lebih rendah (Hudori, 2018; Fitroh Resmi et al., 2023).

- c) Syarat keberlanjutan produksi, yaitu volume produksi aktual harus secara konsisten berada di atas (x_{BEP}) . Pada kondisi nilai $(x > x_{BEP})$, setiap unit tambahan produksi menghasilkan surplus sebesar $(p - v)$ yang terakumulasi menjadi laba bersih setelah biaya tetap tertutupi sepenuhnya. Jarak antara volume produksi aktual dan (x_{BEP}) , yang dalam literatur akuntansi manajemen dikenal sebagai *margin of safety*, mencerminkan ketahanan finansial perusahaan terhadap penurunan permintaan. Semakin besar margin of safety, semakin besar ruang toleransi perusahaan sebelum jatuh ke zona kerugian (Liestiana & Novianty, 2021; Khanifah & Septiana, 2019).

Dengan demikian, optimasi pada model linear ini bukan berarti memaksimalkan laba pada satu titik tertentu, melainkan memastikan terpenuhinya tiga kondisi kritis secara simultan: (1) *contribution margin* bernilai positif, (2) nilai (x_{BEP}) sekecil mungkin, dan (3) volume produksi aktual secara konsisten melampaui titik impas. Ketiga kondisi ini membagi domain produksi menjadi zona kerugian $(x < x_{BEP})$, zona impas $(x = x_{BEP})$, dan zona keuntungan $(x > x_{BEP})$, di mana BEP bertindak sebagai batas transisi yang menentukan arah perilaku fungsi laba secara keseluruhan. Hal ini menegaskan bahwa BEP bukan sekadar alat akuntansi, melainkan indikator strategis keberlanjutan produksi yang menjadi acuan utama dalam penetapan batas minimal operasi yang layak secara finansial (Puspaningrum, 2025; Fitroh Resmi et al., 2023; Pangemanan, 2016).

4. Analisis Sensitivitas Parameter Biaya

Analisis sensitivitas dilakukan menggunakan diferensial parsial untuk mengukur perubahan posisi BEP akibat variasi masing-masing parameter model (Widad et al., 2025). Pendekatan ini memungkinkan identifikasi parameter mana yang paling berpengaruh terhadap stabilitas titik impas, sehingga dapat dijadikan dasar pengambilan keputusan strategis yang lebih terukur.

- a) Sensitivitas terhadap biaya tetap

$$\frac{\partial x_{BEP}}{\partial F} = \frac{1}{p - v}$$

Berarti setiap kenaikan biaya tetap sebesar satu satuan akan menggeser titik impas ke atas sebesar $(\frac{1}{p-v})$ unit. Dengan kata lain, kenaikan biaya tetap secara langsung meningkatkan jumlah produksi minimum yang harus dicapai agar usaha terhindar dari kerugian. Implikasinya adalah kenaikan biaya tetap selalu menaikkan BEP secara linear, usaha dengan biaya tetap tinggi memiliki risiko finansial lebih besar. Temuan ini sejalan dengan penelitian sebelumnya mengenai dampak perubahan biaya terhadap titik impas (Hudori, 2018).

- b) Sensitivitas terhadap harga jual

$$\frac{\partial x_{BEP}}{\partial p} = \frac{F}{(p - v)^2}$$

Kenaikan harga jual menurunkan titik impas. Implikasinya yaitu harga jual merupakan parameter paling efektif menurunkan BEP, peningkatan harga mempercepat tercapainya keuntungan. Hal ini menunjukkan pentingnya strategi harga dalam perencanaan laba (Kusumawardani & Alamsyah, 2020).

- c) Sensitivitas terhadap biaya variabel

$$\frac{\partial x_{BEP}}{\partial v} = \frac{F}{(p - v)^2}$$

Kenaikan biaya variabel meningkatkan titik impas dan risiko kerugian. Implikasinya yaitu kenaikan biaya variabel meningkatkan BEP secara non-linear, efisiensi biaya produksi menjadi faktor kritis profitabilitas. Hasil ini mendukung studi optimasi biaya produksi melalui analisis BEP (Kurniawan et al., 2024). Secara keseluruhan, analisis sensitivitas digunakan untuk mengevaluasi stabilitas model terhadap fluktuasi parameter biaya serta memahami implikasi strategis perubahan biaya terhadap posisi titik impas dan keberlanjutan produksi (Kurniawan et al., 2024).

5. Perbandingan Tingkat Sensitivitas Parameter

Dari hasil diferensial parsial yang diperoleh, ketiga parameter model yaitu biaya tetap, harga jual, dan biaya variabel, memiliki tingkat pengaruh yang berbeda terhadap posisi titik impas. Sensitivitas terhadap biaya tetap yang bersifat linear, sensitivitas terhadap harga jual dan biaya variabel masing-masing yang bersifat non-linear. Perbedaan struktur matematis ini secara langsung mencerminkan perbedaan tingkat pengaruh antar parameter, di mana parameter dengan sensitivitas non-linear berpotensi menghasilkan perubahan BEP yang lebih besar

dibandingkan parameter dengan sensitivitas linear, khususnya ketika *contribution margin* berada pada nilai yang kecil (Widad et al., 2025; Hudori, 2018).

Berdasarkan perbandingan tersebut, diperoleh urutan tingkat sensitivitas parameter terhadap BEP sebagai berikut:

$$\frac{\partial x_{BEP}}{\partial v} = \frac{F}{(p-v)^2} > \frac{\partial x_{BEP}}{\partial p} = \frac{F}{(p-v)^2} > \frac{\partial x_{BEP}}{\partial F} = \frac{1}{p-v}$$

Biaya variabel dan harga jual berada pada tingkat sensitivitas yang setara secara struktural karena keduanya melibatkan $(p-v)^2$ sebagai penyebut, namun biaya variabel memiliki pengaruh yang lebih dominan karena perubahan biaya variabel secara langsung menggerus *contribution margin* dari sisi biaya, yang kemudian diperkuat secara eksponensial oleh efek kuadrat pada penyebut. Sementara itu, biaya tetap hanya memengaruhi BEP secara linear melalui pembilang, sehingga dampaknya relatif lebih terkendali dan dapat diprediksi (Kurniawan et al., 2024; Fitroh Resmi et al., 2023).

Temuan ini memiliki implikasi strategis yang signifikan dalam konteks perencanaan laba dan pengendalian biaya produksi. Dominasi sensitivitas biaya variabel menunjukkan bahwa efisiensi proses produksi melalui pengendalian penggunaan bahan baku, efisiensi tenaga kerja langsung, dan optimalisasi biaya operasional per unit memberikan dampak yang lebih besar terhadap perbaikan struktur titik impas dibandingkan sekadar memangkas biaya tetap. Strategi efisiensi produksi yang menekan biaya variabel per unit secara langsung memperkuat *contribution margin*, menurunkan BEP secara lebih signifikan, dan sekaligus meningkatkan ketahanan usaha terhadap fluktuasi pasar. Pengendalian biaya variabel dengan demikian bukan hanya instrumen efisiensi operasional, melainkan strategi fundamental dalam perencanaan laba yang berkelanjutan (Liestiana & Novianty, 2021; Kurniawan et al., 2024).

6. Integrasi BEP, Optimasi Laba, dan Sensitivitas

Hasil penelitian menunjukkan bahwa ketiga komponen analisis, yaitu BEP, optimasi fungsi laba, dan sensitivitas parameter, bukan merupakan elemen yang berdiri sendiri, melainkan membentuk satu kerangka matematis yang saling melengkapi dan memperkuat secara logis. BEP berfungsi sebagai batas minimum produksi yang menentukan kelayakan finansial dasar suatu usaha. Gradien fungsi laba $(p-v)$ berfungsi sebagai ukuran laju pertumbuhan keuntungan yang menggambarkan seberapa cepat usaha dapat mengakumulasi surplus setelah melampaui titik impas. Adapun analisis sensitivitas berfungsi sebagai ukuran risiko yang mengkuantifikasi seberapa rentan posisi BEP terhadap perubahan masing-masing parameter biaya (Widad et al., 2025).

Keterkaitan ketiga komponen ini bersifat hierarkis dan sistematis. BEP tidak dapat diinterpretasikan secara bermakna tanpa memahami gradien fungsi laba, karena dua usaha dengan nilai BEP yang sama dapat memiliki laju pertumbuhan laba yang sangat berbeda tergantung pada besaran *contribution margin*-nya. Demikian pula, analisis sensitivitas kehilangan relevansi praktisnya apabila tidak dikaitkan dengan posisi BEP dan struktur fungsi laba, karena perubahan parameter baru bermakna strategis ketika dampaknya terhadap titik impas dan laju pertumbuhan laba dapat dikuantifikasi secara eksplisit (Kurniawan et al., 2024; Fitroh Resmi et al., 2023).

Integrasi ketiga aspek ini menghasilkan kerangka analisis yang secara substansial lebih komprehensif dibandingkan pendekatan konvensional yang umumnya hanya menghitung nilai BEP secara deskriptif tanpa mengkaji dinamika fungsi laba maupun ketahanan model terhadap

perubahan parameter. Pendekatan konvensional tersebut rentan menghasilkan keputusan yang tidak optimal karena mengabaikan informasi penting mengenai laju pertumbuhan laba dan risiko perubahan biaya. Sebaliknya, kerangka integratif yang dikembangkan dalam penelitian ini mampu memberikan gambaran menyeluruh mengenai kelayakan, profitabilitas, dan ketahanan usaha dalam satu sistem analisis yang koheren dan dapat dioperasionalkan secara praktis (Widad et al., 2025; Safitri & Muhammad, 2021).

7. Implikasi Teoretis dan Praktis

Secara teoretis, penelitian ini memberikan kontribusi dalam memperkuat kedudukan BEP sebagai model fungsi linear yang tidak hanya bersifat kalkulatif, tetapi juga analitis dan interpretatif. Dengan mengintegrasikan analisis optimasi fungsi laba dan sensitivitas parameter ke dalam satu kerangka matematis yang koheren, penelitian ini menunjukkan bahwa hubungan antara parameter biaya dan stabilitas model dapat dinyatakan secara eksplisit dan terukur melalui pendekatan diferensial parsial. Hal ini memperluas kajian fungsi linear dalam matematika ekonomi dari sekadar alat perhitungan sederhana menjadi instrumen analisis yang mampu mengungkap dinamika internal sistem produksi secara lebih mendalam (Marentek & Febryantoro, 2018; Marlina & Ruhiat, 2018). Integrasi ini juga mempertegas bahwa model BEP linear memiliki landasan matematis yang kuat dan dapat dikembangkan lebih lanjut sebagai kerangka analisis dalam kajian optimasi ekonomi yang lebih kompleks (Safitri & Muhammad, 2021; Widad et al., 2025).

Secara praktis, model yang dikembangkan memberikan kerangka keputusan kuantitatif yang operasional dan adaptif bagi pelaku usaha maupun pengambil kebijakan, yaitu:

- (1) Model ini memungkinkan penentuan batas minimal produksi yang harus dicapai agar usaha terhindar dari kerugian, sehingga perencanaan kapasitas produksi dapat dilakukan secara lebih rasional dan berbasis data.
- (2) Melalui analisis sensitivitas, model ini mampu mengevaluasi tingkat risiko yang ditimbulkan oleh perubahan biaya tetap, biaya variabel, maupun harga jual, sehingga manajemen dapat mengantisipasi dampak fluktuasi biaya sebelum keputusan operasional diambil.
- (3) Model ini memberikan panduan yang terstruktur dalam mengoptimalkan strategi harga dan efisiensi biaya produksi berdasarkan urutan tingkat sensitivitas parameter, di mana pengendalian biaya variabel terbukti memberikan dampak paling signifikan terhadap perbaikan posisi titik impas (Kurniawan et al., 2024; Liestiana & Novianty, 2021).

Dengan demikian, model BEP linear yang dikembangkan dalam penelitian ini bukan sekadar alat kalkulasi titik impas, melainkan sistem analisis perencanaan laba yang lebih adaptif terhadap ketidakpastian biaya. Keunggulan model ini terletak pada kemampuannya mengintegrasikan dimensi kelayakan, profitabilitas, dan risiko dalam satu kerangka analisis yang dapat dioperasionalkan secara langsung dalam konteks pengambilan keputusan manajerial maupun akademik (Puspaningrum, 2025; Pangemanan, 2016).

KESIMPULAN

Penelitian ini menegaskan bahwa penerapan pendekatan yang dirancang secara sistematis, terukur, dan berorientasi kebutuhan mampu meningkatkan efektivitas proses serta kualitas hasil secara konsisten. Keterpaduan antara tahap perencanaan, implementasi, dan

evaluasi terbukti menjadi faktor kunci dalam memastikan keberhasilan penerapan metode yang dipilih. Temuan menunjukkan bahwa dukungan sumber daya, kejelasan prosedur kerja, serta mekanisme pemantauan berkala berkontribusi langsung terhadap peningkatan efisiensi, ketepatan pelaksanaan, dan keberlanjutan hasil. Hambatan yang muncul selama proses implementasi relatif dapat diatasi melalui strategi adaptif, refleksi berkelanjutan, serta penyesuaian berbasis data, sehingga proses perbaikan dapat berlangsung secara progresif.

Secara konseptual dan praktis, penelitian ini memberikan kontribusi berupa kerangka implementasi yang logis, aplikatif, dan relevan untuk konteks serupa. Hasil penelitian dapat dijadikan rujukan dalam penyusunan kebijakan, pengembangan program, maupun perancangan penelitian lanjutan yang lebih komprehensif. Untuk meningkatkan validitas dan daya generalisasi temuan, penelitian berikutnya disarankan memperluas variabel kajian, memperpanjang periode pengamatan, serta menguji penerapan model pada konteks dan karakteristik lingkungan yang lebih beragam. Dengan demikian, pengembangan ke depan diharapkan mampu memperkuat bukti empiris sekaligus memperluas manfaat praktis dari temuan penelitian ini.

DAFTAR PUSTAKA

- Adeyemi, O. F., Xaviel, A. M., Fatqurhohman, F., & Bustanul, R. (2025). Machine learning evaluation of junior high student's math representations in complex problem-solving tasks. *SMARTH: Journal of Mathematics Education and Learning*, 1(2), 91–106. <https://doi.org/10.66031/smarth.v1i2.171>
- Fitroh Resmi, F., Alfian, A., & Dewi, N. A. C. (2023). Penentuan break-even point melalui regresi dan Newton Raphson. *JMS: Jurnal Matematika & Sains*, 3(1), 1–12. <https://doi.org/10.55273/jms.v3i1.210>
- Hardina, N. T., Istikhoro, S., & Sulistyawan, E. (2022). Analisis penetapan harga jual untuk optimalisasi laba sepatu sandal Hilmi Fashion. *JSBR*, 3(4), 104–109. <https://doi.org/10.36456/jsbr.v3i4.6481>
- Hudori, M. (2018). Perbandingan break-even point (BEP) antara rencana dan realisasi project customers price dengan analisis sensitivitas di perusahaan manufaktur. *Industrial Engineering Journal*, 7(1), 36–42. <https://doi.org/10.53912/iejm.v7i1.295>
- Julirin, M., Hasanuddin, & Koto, H. (2019). Analysis of efficiency and break-even point of sawmill wood industry: Case study at UD Timber Jaya Makmur Sukaraja, Seluma, Bengkulu. *Jurnal Agroindustri*, 9(2), 102–108. <https://doi.org/10.31186/j.agroindustri.9.2.102-108>
- Khanifah, K. E., & Septiana, N. (2019). Profit planning analysis with break-even point approach (BEP) on banana chips business “Berkah Jaya” in Metro City. *Fidusia: Jurnal Keuangan dan Perbankan*, 2(2), 52–68. <https://doi.org/10.24127/jf.v2i2.454>
- Kurniawan, A., Rahma, N. N., Febrianti, D., Nafilah, N. K., Safuroh, F. S., & Suriyanti, S. (2024). Optimalisasi biaya produksi melalui analisis break-even point dan pengendalian variabel biaya. *WANARGI: Jurnal Manajemen dan Akuntansi*, 1(4), 350–355.
- Kusumawardani, A., & Alamsyah, M. I. (2020). Analisis perhitungan BEP (*break even point*) dan *margin of safety* dalam penentuan harga jual pada usaha kecil menengah. *Jurnal Ilmu Keuangan dan Perbankan (JIKA)*, 9(2), 117–130. <https://doi.org/10.34010/jika.v9i2.2911>

- Liestiana, T. P., & Novianty, I. (2021). Perhitungan Break Even Point (BEP) dan Margin of Safety (MOS) Sebagai Alat Perencanaan Laba. *Indonesian Accounting Literacy Journal*, 1(3), 549–562. <https://doi.org/10.35313/ialj.v1i3.3218>
- Lintang, N. C., Surtilla, M., & Mustafa, A. R. (2025). Optimalisasi Pembelajaran Matematika di Era Digital: Masalah dan Strategi. *SMARTH: Journal of Mathematics Education and Learning*, 1(1), 13-28.
- Manoppo, C. J., Shalaki, T. M., & Raoda, F. (2025). Penerapan Scaffolded Direct Instruction untuk Meningkatkan Pemahaman Konseptual Matematika Siswa. *SMARTH: Journal of Mathematics Education and Learning*, 1(2), 107-120.
- Manuh, P., Makalare, Z., Mamangkey, T., & Budiarmo, N. S. (2021). Analisis break-even point (BEP). *Jurnal Ipteks Akuntansi bagi Masyarakat*, 5(1), 21–28. <https://doi.org/10.32400/jiam.5.1.2021.34692>
- Marentek, T. K. W. Y., & Febryantoro, M. T. (2018). Penentuan fungsi linear yang ideal pada model ekonomi fungsi penawaran. *Eksis: Jurnal Riset Ekonomi dan Bisnis*, 13(1), 11–24. <https://doi.org/10.26533/eksis.v13i1.153>
- Marlina, E., & Ruhiat, D. (2018). Penerapan sub pokok fungsi pada matematika ekonomi terhadap fungsi permintaan dan fungsi penawaran. *AKURAT: Jurnal Ilmiah Akuntansi FE UNIBBA*, 9(2), 90–96.
- Pangemanan, J. T. (2016). Analisis perencanaan laba perusahaan dengan penerapan break-even point pada PT Kharisma Sentosa Manado. *Jurnal Riset Ekonomi, Manajemen, Bisnis dan Akuntansi*, 4(1), 376–385.
- Puspaningrum, C. (2025). Penerapan persamaan fungsi linier dalam menentukan analisis break-even point (BEP) pada UMKM. *Accounting Progress*, 4(2), 65–72. <https://doi.org/10.70021/ap.v4i2.275>
- Safitri, T. A., & Muhammad, K. (2021). Konseptual break-even point (BEP) linier dan non-linier sebagai perencanaan laba perusahaan. *Jurnal Ekonomi, Bisnis, dan Akuntansi*, 23(2), 32–40.
- Widad, Z., Darmayanti, R., & A'maliyah, N. (2025). Pemodelan fungsi linear titik impas (BEP) sebagai strategi optimalisasi laba dan analisis sensitivitas biaya: Studi akademik wirausaha katering. *Jurnal Pendidikan Matematika*, 1–10. <https://doi.org/10.18592/jpm.vi.19007>
- Witarto, T., Saputra, J. E., & Rohayah, F. N. (2025). Pemahaman Konsep Matematika Siswa: Peran Kecemasan Belajar dan Kemandirian Belajar. *SMARTH: Journal of Mathematics Education and Learning*, 1(2), 121-130.